O parentesco como questão computacional

Álvaro Junio Pereira Franco[2], Carlos Eduardo Ferreira[3] & Marcio Ferreira da Silva[4]

Resumo: Apresentamos alguns problemas da área de Antropologia Estrutural do ponto de vista da Computação. Usamos grafos mistos na modelagem dos problemas. Desenvolver algoritmos para enumerar estruturas que ocorrem em redes de parentesco de determinados povos são nossos principais objetivos. Essas estruturas são chamadas de anéis. Os anéis de alguns povos considerados contêm alguns atributos como é o caso dos anéis com conexões de nomeação e amizade formal do povo Krahô; e dos anéis cromáticos do povo Enawenê-Nawê onde cada indivíduo possui uma cor (a cor do grupo que o indivíduo pertence). Nestes casos, os anéis de interesse devem obedecer a um certo padrão sobre arcos e sobre cores em vértices. Ao mesmo tempo, novos anéis podem surgir e outros podem desaparecer, quando a análise é feita sobre redes de parentesco dinâmicas onde indivíduos podem se casar, formando assim novos anéis, enquanto que outros podem morrer (ou podem ocorrer divórcios), desfazendo outros anéis.

Pretendemos desenvolver algoritmos sobre grafos com o objetivo de dar uma sol/.çp-0ução prática para os problemas. Aplicaremos técnicas de programação como divisão-e-conquista, algoritmos gulosos, algoritmos de aproximação, programação dinâmica, e algoritmos de fluxos, além de técnicas combinatórias com origem na área de Otimização. Ao fim desta pesquisa, esperamos contribuições tanto para a Antropologia quanto para a Computação, e assim, contribuições para mais um caso de pesquisa interdisciplinar.

Este texto também apresenta uma forma de encontrar todos os anéis de uma rede, sem qualquer particularidade.

---

2 Departamento de Computação, Centro de Araranguá, Universidade de São Paulo.

3 Departamento de Ciência de Computação, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo.

4 Departamento de Antropologia, Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, Universidade de São Paulo.

1. Introdução

Uma forma de entender o comportamento social de um povo se dá através do estudo da dinâmica das trocas que ocorrem entre os seus indivíduos. A circulação de indivíduos entre famílias cria laços entre indivíduos que, anteriormente à troca, por hipótese, eram estranhos entre si. No entanto, a partir da consolidação da troca, o comportamento entre os membros de diferentes famílias passa a ser diferente, pois, agora, não são mais estranhos uns dos outros. Estes indivíduos passam a ser parentes.

A área da Antropologia que estuda o parentesco é uma área muito interessante. Os relacionamentos de filiação como pai, mãe, filho, e filha, e os relacionamentos de afinidade como esposo e esposa, são primitivas que nos dariam a oportunidade de entender o comportamento social de um povo. É muito natural representar os relacionamentos de filiação e de afinidade usando uma estrutura combinatória formada por um conjunto de indivíduos (ou vértices), e por conjuntos de conexões entre indivíduos (arcos e arestas sem orientação), onde:

- um arco de um vértice u para um vértice v representa uma conexão de consanguinidade (ou relacionamento de filiação), isto é, u é pai (ou mãe) de v;
- uma aresta entre vértices u e v representa uma conexão de afinidade entre u e v, em outras palavras, u e v são "casados".

O uso de grafos na representação de indivíduos e suas conexões vêm sendo adotado desde (pelo menos) Ore (1960). Na Antropologia e na Computação, essa estrutura é chamada de rede de parentesco (WHITE; JORION, 1996), (HAMBERGER, 2011). A investigação de estruturas combinatórias em grafos mistos (grafos com um conjunto de vértices, um conjunto de arcos e um conjunto de arestas), análises sobre redes de parentesco, e o desenvolvimento e implementação de algoritmos sobre grafos são as principais atividades importantes para os interessados na área.

Em uma rede de parentesco, alguns casamentos podem ser deduzidos mesmo se não houverem arestas para eles. Por exemplo, pode-se dizer que os indivíduos u e v são afins, sempre que existirem arcos de u para w e de v para w, onde w é um outro indivíduo da rede. Dizer que um casamento determina indivíduos é natural, pois um indivíduo nasce por meio de um relacionamento de afinidade entre dois outros indivíduos. Por outro lado, seguidores da Teoria da Aliança

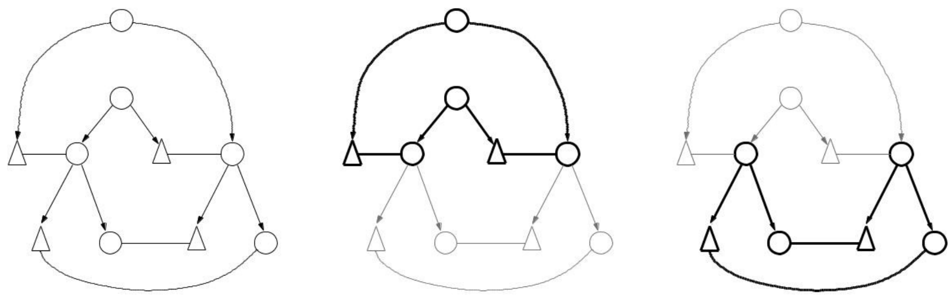
Matrimonial acreditam que o oposto é também um argumento válido, isto é, indivíduos determinam casamentos. Existem casos na nossa própria sociedade que podemos destacar, o que torna esta hipótese razoável. O estudo de regras que determinam como ocorrem as alianças matrimoniais de um povo, tem origem no trabalho do antropólogo Lévi-Strauss (1969). Regras de troca que possibilitariam ou impossibilitariam alianças matrimoniais existiriam em qualquer sociedade e, portanto, a circulação das pessoas, e a vida social do seu povo, seriam produtos das regras que incentivam ou impossibilitam alianças matrimoniais. Em seu livro, Dumont (1975) cita que em uma sociedade onde um homem não pode ter relações sexuais com parentes próximos como a sua irmã ou a sua mãe (a proibição do incesto), procura outro homem para ser esposo de sua parente próxima, recebendo como troca, a sua esposa.

Supondo que os casamentos podem ser determinados por indivíduos (e não por algum efeito aleatório), estruturas causadas por regras de casamentos podem ser consideradas no estudo do parentesco. Por exemplo, imagine a seguinte regra de casamento: é bom que um homem case com a Filha da Mãe do Esposo da Filha da Mãe (em outras palavras, com a Irmã do Esposo da Irmã). Uma certa estrutura sobre a rede começa a aparecer. A Figura 1 ilustra duas ocorrências MDHMD (iniciais do Inglês Mother's Daughter's Husband's Mother's Daughter, ou em outras palavras, ZHZ, Sister's Husband's Sister). Se a frequência deste padrão em uma rede é alta, então é possível concluir que a sociedade correspondente tem uma tendência a casar indivíduos seguindo tal padrão. Na literatura um padrão é chamado de anel (WHITE, 2004), (SILVA; DAL POZ, 2009), (HAMBERGER, 2011). Notem que um anel é a estrutura mais simples capaz de conectar famílias distintas integrantes de uma rede de parentesco. Por este motivo, temos interesse nessas estruturas.

A construção de ferramentas capazes de encontrar anéis em redes de parentesco é uma contribuição importante da Computação para a Antropologia. No entanto, encontrar anéis em redes é um problema difícil: pode-se mostrar que o problema de decidir se existe um determinado anel em uma rede de parentesco (com limites no grau de entrada de cada vértice) é NP-difícil (FRANCO, 2013). Apesar da dificuldade em encontrar anéis em redes, antropólogos ainda precisam de uma solução para o problema o que torna necessário desenvolver ferramentas (e algoritmos) práticas para resolver esses problemas. Acreditamos que as seguintes atividades são algumas das atividades fundamentais para as áreas de Computação e Antropologia:

- desenvolver uma ferramenta para auxiliar antropólogos na análise de redes de parentesco;

(a) (b) (c)



(a) (b) (c)

Figura 1: Triângulos e círculos representam indivíduos do sexo masculino e feminino, respectivamente. Uma porção de uma rede de parentesco é destacada em (a). Duas ocorrência de um padrão são ilustradas em (b) e (c).

- correlacionar problemas com origem na Antropologia e problemas da Computação;
- estudar e compreender a dificuldade de encontrar anéis em redes particulares; e
- desenvolver e implementar algoritmos para encontrar/enumerar anéis.

É importante enfatizar o seguinte. Métodos para encontrar estruturas combinatórias em redes de parentescos e análises sobre tais estruturas vêm sendo desenvolvidos nos últimos anos (WHITE et al., 1999), (HAMBERGER et al., 2004), (BATAGELJ; MRVAR, 2007), (SILVA; DAL POZ, 2009), e (FERREIRA et al., 2014). Este artigo, segue o mesmo objetivo dos trabalhos citados. Em específico, tentaremos esclarecer o procedimento desenvolvido por nós para a obtenção de anéis em redes de parentesco. Este procedimento, ao nosso ver, é fundamental para a consolidação de uma ferramenta que enumera anéis. Fizemos alguns testes em algumas redes (veja Seção 4) e percebemos experimentalmente que tal procedimento funcionou muito bem. Ainda neste texto, descreveremos problemas interessantes que foram divulgados por colegas antropólogos. Futuramente, proporemos uma solução para cada novo problema e adicionaremos novas funcionalidades à ferramenta em desenvolvimento. Dessa forma, esperamos dar contribuições importantes para o estado-da-arte na área de análise de redes de parentesco.

Denominada Máquina do Parentesco (ou MaqPar), esta ferramenta foi inicialmente desenvolvida por Silva e dal Poz (2009), para o sistema operacional Windows e implementada em uma linguagem de consulta em banco de dados relacional (Structured Query Language - SQL). Nos últimos anos, um grande esforço vem sendo feito para transformar a MaqPar em uma ferramenta mais ágil e multiplataforma. Uma versão da ferramenta pode ser obtida na página www.ime.usp.br/~alvaro ou on-line na página www.ime.usp.br/~alvaro/maqpar.

A notação usada neste texto é descrita na seção 2. Na seção 3, descrevemos uma forma de enumerar anéis em redes de parentesco. Alguns resultados preliminares são apresentados na seção 4. Nas seções 5, 6 e 7, apresentamos alguns problemas desfiadores que acreditamos ser de interesse para a Computação e para a Antropologia. As considerações finais estão na seção 8.

2. Notação

Uma rede de parentesco é formada por um conjunto de vértices (indivíduos), um conjunto de arcos (conexões de consanguinidade) e um conjunto de arestas (conexões de afinidade). Em termos da Teoria dos Grafos, uma rede de parentesco é um grafo misto.

Um ciclo orientado é um digrafo onde cada vértice tem grau de entrada e saída igual a 1. Um ciclo em um grafo misto é um subgrafo onde cada vértice tem grau igual a 2 (contabilizando arcos de entrada, arcos de saída, arestas, e a direção dos arcos não importa). Não existe ciclo orientado em redes de parentesco pois não é possível um indivíduo ser um ancestral próprio dele mesmo. No entanto, ciclos podem existir. Um triângulo parental é um ciclo induzido por três vértices: um indivíduo e seus pais. Os vértices e os arcos de um triângulo parental, formam uma tríade parental (veja a Figura 2). Finalmente, um anel é um ciclo sem tríade parental.

(a) (b)

Figura 2: (a) Triângulo parental e (b) tríade parental.

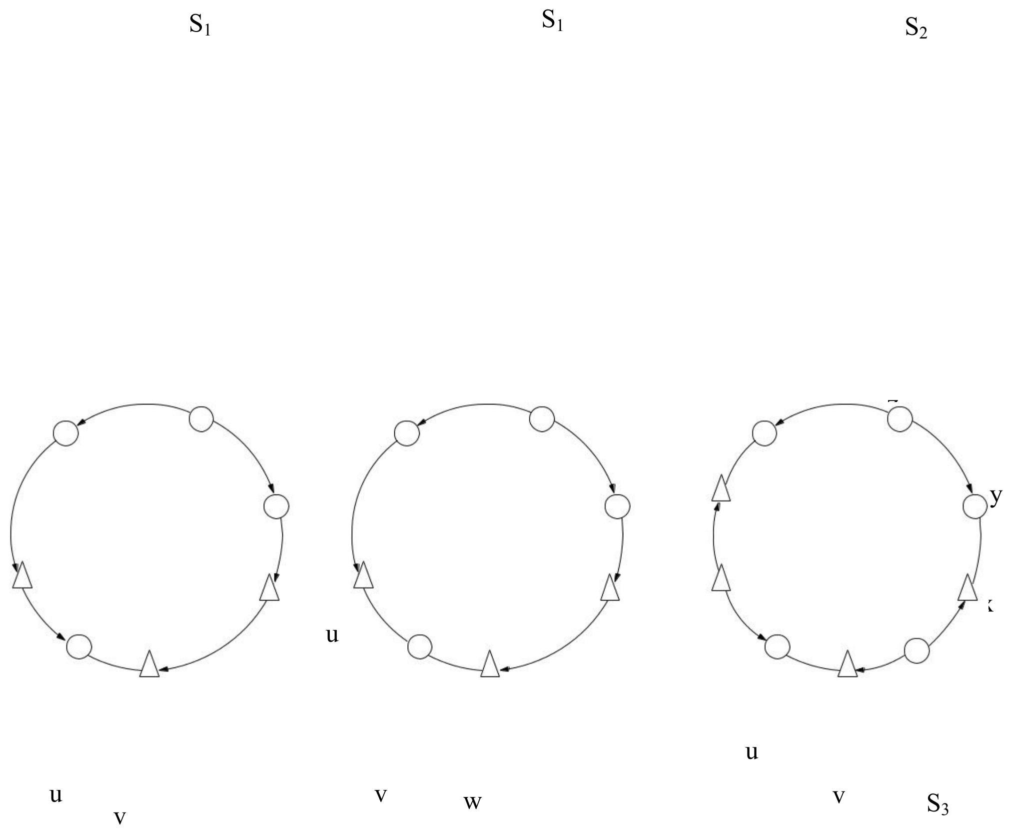
Atualmente, os anéis de interesse encontrados pela MaqPar possuem no máximo três[5] conexões de afinidade, e são assim classificados:

- casamento consanguíneo (ou A1C1);
- casamento de religação consanguíneo (ou A2C1, A2C2); e
- casamento de religação afinal (ou A3C1, A3C2, A3C3).

A notação AkCl (com k e l sendo números inteiros positivos, e k ≥ l) denota um anel com k conexões de afinidade e l ancestrais com linhas de consanguinidade disjuntas para indivíduos casados (não necessariamente entre eles). As estruturas em destaque nas Figura 1 (b) e (c) são exemplos de anéis A2C2. Na Figura 3 são ilustrados anéis A1C1, A2C1 e A3C3. Na Figura 3 (b), é ilustrado um anel A2C1 com 2 conexões de afinidade (u − v e w − v) e 1 ancestral comum a u e w (s_1) com linhas de consanguinidade disjuntas para os indivíduos u e w. Já na Figura 3 (c), é ilustrado

5 "A ferramenta pode ser facilmente adaptada para encontrar anéis com qualquer número de conexões de afinidade".

um anel A3C3 com 3 conexões de afinidade (v − u, w − z e x − y) e 3 ancestrais comuns de indivíduos (s_1, s_2 e s_3) com linhas de consanguinidade disjuntas para os indivíduos u e w, z e y, e x e v.



(a) (b) (c)

Figura 3: (a) A1C1, (b) A2C1, e (c) A3C3. Os vértices com rótulos u, v, x, y, w e z participam de conexões de afinidade. Os vértices com rótulos s_i são ancestrais comuns com linhas de consanguinidade disjuntas para indivíduos casados.

Em um anel, os ancestrais comuns com linhas de consanguinidade disjuntas para indiví-duos casados são também chamados de junções (FERREIRA et al., 2014). Em termos gerais, um vértice s é uma junção de um par de vértices {u, v}, se existem caminhos dirigidos e internamente vértices-disjuntos de s para u e de s para v.

Até o presente momento, desenvolvemos algoritmos rápidos para encontrar junções em grafos dirigidos acíclicos (FERREIRA; FRANCO, 2013). Um grafo dirigido é acíclico se ele não contém ciclos diri-gidos. Notem que é o caso das redes de parentesco quando olhamos para o grafo dirigido induzido pelos arcos da rede. Dessa forma, podemos usar tais algoritmos para o nosso caso. De fato, eles já foram incorporados à MaqPar, que atualmente enumera todos os anéis AkCk's para k = 1, 2, 3, na sua forma mais geral.

Terminamos essa seção descrevendo uma notação para caminhos dirigidos e anéis em redes de parentesco. Seja D uma rede de parentesco. Considere dois indivíduos quaisquer u e v da rede D. Um caminho de u para v é denotado por uma tupla $p = (u = w_0, w_1, \ldots, w_k = v)$ sendo que $w_i \rightarrow w_{i+1}$ tem que ser um arco em D para cada $i = 0, 1, \ldots, k - 1$. O caminho inverso de p é denotado por inv(p). A concatenação de dois caminhos p e q é denotada por pq. Neste caso, se p termina com um determinado vértice w, então q deve começar com o mesmo vértice w. Permitimos a concatenação inv(p)q (ou p(inv(q)) desde que p e q comecem com o mesmo vértice.

O conjunto das junções de u e v é denotado por J_{uv}. Por último, o conjunto de todos os caminhos de u para v é denotado por P_{uv}. Considerando a Figura 4 como um exemplo, podemos escrever o conjunto de todas as junções dos vértices rotulados na figura como u e v: $J_{uv} = \{s_1, s_3, s_8\}$. Os conjuntos formados por todos os caminhos de s_1 até u e de s_1 até v são, respectivamente, $P_{s1u} = \{(s_1, s_3, s_6, s_8, u)\}$ e $P_{s1v} = \{(s_1, s_3, s_6, s_8, v), (s_1, s_3, s_7, v), (s_1, s_4, s_7, v)\}$. Note que os caminhos $p = (s_1, s_3, s_6, s_8, u)$ e $q = (s_1, s_4, s_7, v)$ são internamente vértices-disjuntos, ou seja, o único vértice comum a p e q é s_1. Isso mostra que s_1 é uma junção dos vértices u e v. De maneira semelhante podemos mostrar que os vértices s_3 e s_8 são também junções de u e v. Por último, note que, se os vértices u e v estão casados entre si, então inv(p)q é um anel A1C1. Para o nosso exemplo, o anel é denotado da seguinte forma $\mathrm{inv}(p)q = (u, s_8, s_6, s_3, s_1, s_4, s_7, v)$. A representação do casamento dos vértices u e v fica implícita. A MaqPar considera essa notação na enumeração dos anéis. Na próxima seção descrevemos uma forma de obter anéis os AkCk's de uma rede.

3. Uma forma de enumerar todos os anéis AkCk's

Nesta seção descrevemos um procedimento que enumera todos os anéis AkCk's. Este procedimento está atualmente implementado na nossa ferramenta.

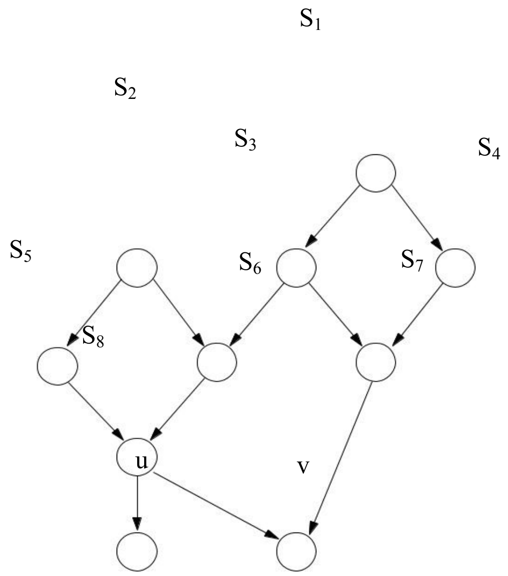


Figura 4: Uma rede de parentesco hipotética, sem as arestas (casamentos) e sem distinção entre os sexos dos indivíduos.

Considere, ao longo desta seção, uma rede de parentesco D, e um conjunto de pares de vértices F que é ou composto por todos os casamentos (u, v), se queremos encontrar todos os anéis A1C1's, ou é composto por todos os pares u e v, casados, mas não entre si, se queremos encontrar todos os anéis AkCk's com $k \geq 2$. Em seguida descrevemos os três principais passos da estratégia usada para obter todos os AkCk's:

1. Encontrar os conjuntos de todas as junções de todos os pares de vértices de F;

2. Construir um conjunto ordenado com k casamentos fixos $C = \{(u_1, v_1), \ldots, (u_k, v_k)\}$; e

3. Usar um procedimento que encontra todos os anéis envolvendo os k casamentos fixados e na ordem que aparecem em C;

Rapidamente, vamos descrever cada passo citado acima.

3.1. Passo 1

Para encontrar todos os conjuntos de todas as junções de pares em F, usamos um algoritmo que, dado um vértice s, particiona o conjunto de vértices da rede D de tal forma que dois vértices u e v estão em conjuntos diferentes da partição se e somente se s é junção de u e v.

Cada conjunto da partição pode ter vários vértices de D, no entanto, cada conjunto terá um único representante. Descrevemos tal algoritmo em seguida (ele também pode ser encontrado em (FERREIRA; FRANCO, 2013)):

Dado uma rede D e um vértice s em D. Primeiro ordene os vértices de D topologicamente, ou seja, coloque os vértices de D em uma linha horizontal de tal forma que todos os arcos estejam dirigidos da esquerda para a direita (é possível fazer isso em redes acíclicas que é o nosso caso). Crie um conjunto A_s da partição. Coloque o vértice s em A_s e faça s ser seu representante. Em seguida, repita os seguintes passos para cada vértice v (≠ s) na ordem topológica:

a. se v é filho de s ou se v possui pais em diferentes conjuntos da partição, então crie um novo conjunto A_v da partição, coloque v em A_v, e faça v ser o seu representante;

b. caso contrário (ou seja, v não é filho de s e todos os pais de v estão em um único conjunto, digamos A_z, da partição), então adicione v em A_z.

Em (FERREIRA; FRANCO, 2013), podemos ler uma prova de que a partição construída pelo algoritmo acima possui a propriedade de que dois vértices u e v estão em conjuntos diferentes da partição se e somente se s é junção de u e v. Para terminar, para cada par de vértices u e v em F, adicionamos s em J_{uv} se u e v estão em conjuntos diferentes da partição. Repetimos todo o procedimento para cada vértice s em D, construindo assim, os conjuntos de todas as junções de todos os pares de vértices em F.

3.2. Passo 2

Neste passo, vamos falar sobre o número de possíveis conjuntos ordenados com k casamen-tos. Se t é o número total de casamentos na rede, então este número é $t \times (t-1) \times (t-2) \times$

$\cdots \times (t - k + 1)$, pois, temos t possibilidades para o primeiro casamento, $t - 1$ possibilidades para o segundo casamento (cada possível escolha do segundo casamento pode ser combinada com cada escolha do primeiro), e assim por diante, até o k-ésimo casamento. De forma equivalente, podemos escolher k casamentos de t, e depois rearranjar de todas as formas possíveis os k casamentos escolhidos.

3.3. Passo 3

Neste passo, assumimos um conjunto ordenado $C = \{(u_1, v_1), \ldots, (u_k, v_k)\}$ de casamentos. Além disso sabemos os conjuntos de todas as junções dos pares em F. Vamos supor que $k > 1$. Com isso, os pares de vértices u_i e u_j, e u_i e v_j com $i \neq j$ estão em F. Fixada a ordem dos k casamentos dada pelo conjunto $C = \{(u_1, v_1), \ldots, (u_k, v_k)\}$, note que encontrar todos os anéis que envolvem tais casamentos nesta ordem, implica em verificar a presença de junções entre os vértices de casamentos consecutivos em C. Por exemplo, para encontrar todos os A3C3 envolvendo os casamentos (u_1, v_1), (u_2, v_2) e (u_3, v_3), nesta ordem, então temos que verificar as junções de 8 possíveis pares de vértices. A Figura 5 ilustra todos estes casos.

Continuando com o nosso exemplo para encontrar todos os anéis A3C3's, e agora fixada uma possível forma de combinar pares de vértices em 3 casamentos no conjunto ordenados $C = \{(u_1, v_1), (u_2, v_2)$ e $(u_3, v_3)\}$, o procedimento do passo 3 realiza o seguinte (considerando que a forma escolhida para combinar os pares foi $\{v_1, v_2\}$, $\{u_2, u_3\}$ e $\{u_1, v_3\}$, a mesma forma do segundo anel na Figura 5):

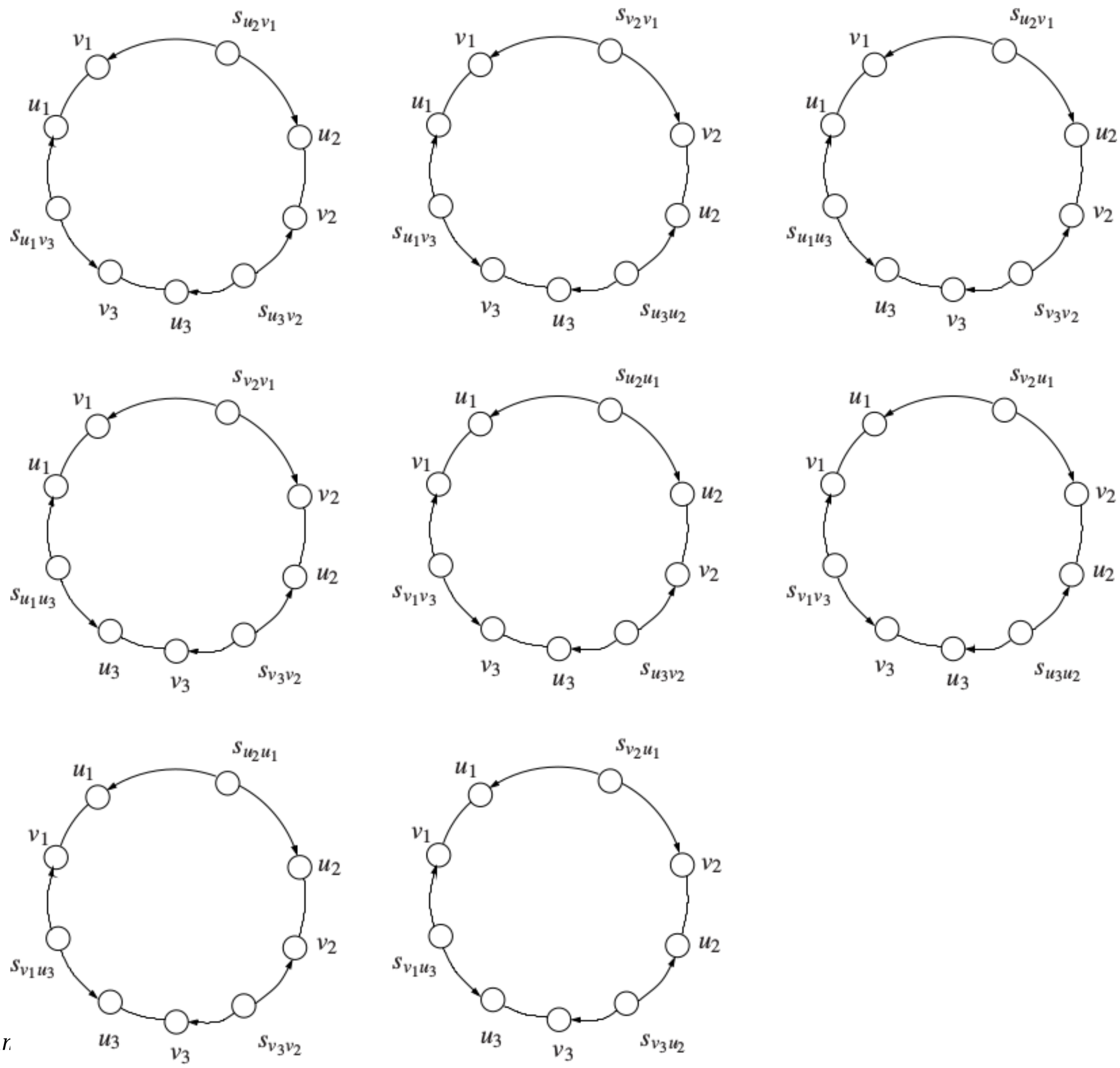
a. para cada junção s de v_1 e v_2, encontre todos os caminhos dirigidos internamente vértices-disjuntos de s até v_1 e de s até v_2. Denote tais caminhos por P^1_{sv1}, $P^2_{sv1}, \ldots, P^{nv1}_{sv1}$ e Q^1_{sv2}, $Q^2_{sv2}, \ldots, Q^{nv2}_{sv2}$.

b. para cada junção s de u_2 e u_3, encontre todos os caminhos dirigidos internamente vértices-disjuntos de s até u_2 e de s até u_3. Denote tais caminhos por P^1_{su2}, $P^2_{su2}, \ldots, P^{nu2}_{su2}$ e Q^1_{su3}, $Q^2_{su3}, \ldots, Q^{nu3}_{su3}$.

c. para cada junção s de u_1 e v_3, encontre todos os caminhos dirigidos internamente vértices-disjuntos de s até u_1 e de s até v_3. Denote tais caminhos por P^1_{su1}, $P^2_{su1}, \ldots, P^{nu1}_{su1}$ e Q^1_{sv3}, $Q^2_{sv3} \ldots, Q^{nv3}_{sv3}$.

d. para cada possível escolha caminhos P^{i}_{sv1}, $P^{i'}_{su2}$, $P^{i''}_{su1}$ e Q^{j}_{sv2}, $Q^{j'}_{su3}$, $Q^{j''}_{sv3}$, se a intersecção entre todos esses caminhos for vazia, então eles formam um anel A3C3. Portanto, armazene-o.

Em geral, a quantidade de combinações dos pares de k casamentos ordenados é R(k) = 1, se k = 1; R(k) = 2, se k = 2; R(k) = 2(4^((k-1)/2)), se k ≥ 3 e ímpar; ou R(k) = 4^((k-1)/2), se k ≥ 4 e par. Isso porque para cada 2 casamentos consecutivos, existem 4 formas de combinar os vértices destes casamentos. Se k é ímpar (≥ 3), então o último casamento fecha um anel com mais 2 formas diferentes. Em seguida descrevemos alguns aspectos práticos da nossa pesquisa e alguns resultados preliminares.



Ar

Figura 5: As 8 formas de combinar pares de vértices em 3 casamentos na ordem (u_1, v_1),

4.Aspectos práticos e resultados preliminares

Começamos essa seção descrevendo um pouco mais sobre regras de troca quando a troca se trata de um casamento entre indivíduos. Algumas sociedades casam seus indivíduos a partir de regras de casamento positivas. Um exemplo de uma regra positiva é dado a seguir: “um homem sempre casará com uma filha do irmão da sua mãe”. Isso proporciona uma certa estrutura à rede de parentesco correspondente. Na Teoria das Alianças, as regras de casamentos positivas são chamadas de estruturas elementares e a sua representação na rede de parentesco é dada através de uma subrede. A composição de estruturas elementares nos fornece uma rede de parentesco estruturada e, consequentemente, um relacionamento social estruturado entre os indivíduos.

Outras sociedades impossibilitam casamentos entre seus indivíduos através de regras de casamento negativas. Por exemplo, uma regra negativa poderia dizer que “um homem não casará com uma filha do irmão da sua mãe”, o contrário da regra positiva citada anterior-mente. Neste caso, as possibilidades de casamento para um homem são muitas, e isso deixa a rede de parentesco correspondente menos estruturada. Mas ainda há casamentos entre indivíduos. Será que existe na rede alguma “regra positiva e oculta”? É possível descobrir alguma “estrutura elementar” em redes de sociedades onde as regras de casamentos são negativas? Se sim, mais uma vez teríamos uma rede de parentesco estruturada, e portanto a vida social das pessoas estruturada. As respostas às perguntas anteriores são dadas através da análise dos dados (ou análise dos anéis) da rede.

Em qualquer rede, a estrutura mais simples que representa a troca de indivíduos entre famílias distintas é o anel, e note que qualquer estrutura elementar em uma rede deve conter um anel. É por este motivo que estamos interessados em desenvolver métodos rápidos para encontrar anéis. Por enquanto, é essa a questão fundamental da nossa pesquisa.

A eficiência de nossos métodos foi verificada em 8 redes de parentesco empíricas: Arara, Xavante, Irantxe-Myky, Zoró, Enawenê-Nawê, Deni, Arapium e Krahô. A Tabela 1 informa o número de vértices (ou indivíduos - n), o número de arcos (ou relações de filiação - m) e o número de arestas (ou relações de afinidade - t) de cada rede. Na coluna Referências, np significa rede não publicada, ou melhor, não encontramos nenhuma publicação relacionada aos dados utilizados por nós.

Tabela 1: Redes de parentesco empíricas

Redes	**Referências**	*n*	*m*	*t*
Arara	(TEIXEIRA-PINTO, 1997)	105	197	48
Xavante	(MAYBURY LEWIS, 1967)	459	713	254
Irantxe-Myky	np	618	1003	177
Zoró	np	755	1224	201
Enawenê-Nawê	(SILVA, 2012)	789	1368	170
Deni	(FLORIDO, 2013)	875	1589	333
Krahô	(MELATTI, 1970)	1031	1793	379
Arapium	np	1214	1792	291

Até onde sabemos, não foi realizado nenhum estudo que considere os anéis para identificar estruturas elementares nas redes empíricas citadas, com exceção da rede Enawenê-Nawê e Krahô. Por enquanto, a nossa contribuição para a área de Antropologia está na enumeração dos anéis AkCk's para k = 1, 2, 3. Com a enumeração de todos os anéis A2C2, por exemplo, o antropólogo e indigenista Carlos Paulino pôde concluir uma tendência entre os indivíduos de uma sociedade (os Krahô) (PAULINO, 2016): “há uma orientação para os casamentos com base nas identificações entre irmãos do mesmo sexo e entre nominador e nominado em potencial” (na Seção 6 veremos o significado de um indivíduo ser nominador ou nominado).

Outra contribuição importante da nossa pesquisa está na eficiência dos métodos que enumeram todos os anéis de redes de parentesco. Podemos mostrar que enumerar anéis em redes de parentesco pode levar um tempo exponencial com relação ao tamanho da rede de entrada. Isso significa que a enumeração de anéis pode levar um tempo absurdamente grande. Antes da nossa ferramenta, os nossos colegas, ou não conseguiam enumerar todos os anéis de uma rede, ou levavam muito tempo e memória de computador para a enumeração, a ponto de levar nossos colegas a desistirem da enumeração. Com a nossa ferramenta, fomos capazes de enumerar os anéis das redes citadas sem grandes esforços. A Tabela 2 mostra a quantidade de anéis obtida para cada rede citada (para as redes Deni e Krahô, a execução do programa que obtém todos os anéis A3C3 foi interrompida depois de alguns minutos).

Tabela 2: Quantidade de anéis

Redes	A1C1	A2C2	A3C3
Arara	163	14.631	936.176
Xavante	56	7.447	599.585
Irantxe-Myky	114	6.262	293.374
Zoró	55	2.894	146.758
Enawenê-Nawê	16	2.497	144.387
Deni	691	222.144	> 3.523.643
Krahô	186	25.100	> 1.800.000
Arapium	67	1.798	31.712

Sobre a fase de análise dos anéis, o que temos observado ser feito é o seguinte:

1. realiza-se uma filtragem sobre os anéis escolhendo aqueles que possuem um determinado número máximo de arcos;

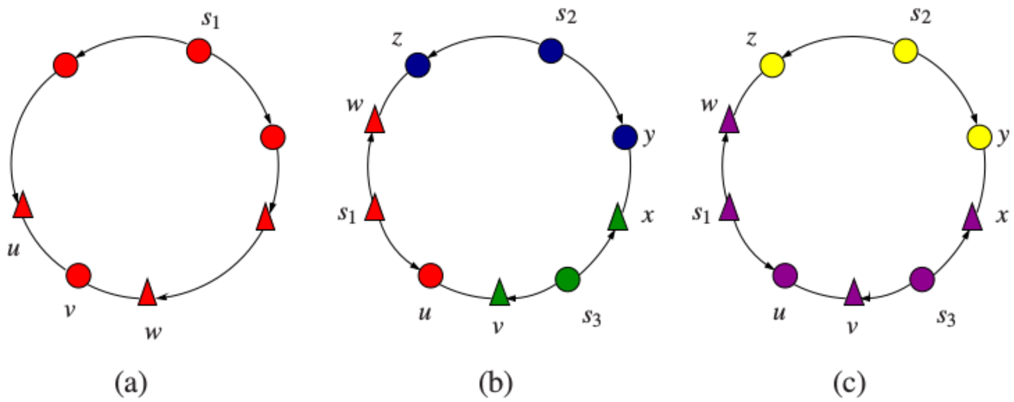
2. faz-se um levantamento estatístico do número de cada possível estruturas elementares considerando a limitação no número de arcos dos anéis; e

3. identificam-se algumas estruturas elementares que ocorrem entre os anéis selecionados e que possuem um certo destaque nas estatísticas.

As críticas sobre esse tipo de análise devem ser listadas e debatidas. Isso é assunto e proposta para uma outra pesquisa. Voltando à questão de enumerar os anéis de uma rede, descrevemos, em seguida, os enunciados de problemas que julgamos ser interessantes.

5. Anéis cromáticos nos vértices

Em algumas sociedades, os indivíduos pertencem a determinados grupos. Por exemplo, cada indivíduo do povo Enawenê-Nawê pertence a um clã (veja em http://pib.socioambiental.org/pt/povo/enawene-nawe/485). Este particionamento do conjunto de indivíduos pode ser representado associando uma cor a cada grupo e, portanto, uma cor a cada indivíduo. Nestes casos, anéis cromáticos começam a ocorrer. Dizemos que um anel é p-cromático quando ele tem p cores, e cada linha de consanguinidade, começando em junções e terminando em indivíduos casados, possui uma determinada cor. Por exemplo, na Figura 6 (a), o anel A2C1 é 1-cromático, pois, ele tem 1 cor, e as linhas de consanguinidade da junção s_1 para os vértices u e w, e o vértice v, possuem uma mesma cor; na Figura 6 (b), o anel A3C3 é 3-cromático, pois, ele tem 3 cores, e as linhas de consanguinidade de s_1 para u e w, de s_2 para z e y, e de s_3 para x e v possuem uma mesma cor



(vermelho, azul e verde, respectivamente); por último, na Figura 6 (c), o anel A3C3 é 2-cromático.

Figura 6: Anéis cromáticos.

A motivação para encontrar anéis cromáticos em redes de parentesco vem do interesse em analisar regras matrimoniais não do ponto de vista do indivíduo, e sim do ponto de vista dos grupos de indivíduos. Por exemplo, na Figura 6 (b), o indivíduo v do grupo verde, ao se casar

com o indivíduo u do grupo vermelho, reencadeia as alianças entre os grupos verde, azul, e vermelho. Na Figura 6 (a), as conexões de afinidade são restritas a um determinado grupo.

De maneira formal, podemos enunciar os problemas.

P.1: Dada uma rede de parentesco D com vértices coloridos, e dado um inteiro positivo k, desejamos enumerar os anéis em D, cromáticos e com k arestas.

P.2: Dada uma rede de parentesco D com vértices coloridos, e dados um inteiro positivo k e uma lista de cores L_c, desejamos enumerar os anéis em D, cromáticos, com k arestas e que possuam somente cores de L_c.

P.3: Dada uma rede de parentesco D com vértices coloridos, e dados dois inteiros positivos k e p, desejamos enumerar os anéis em D, p-cromáticos e com k arestas.

Até o presente momento, os autores deste texto desconhecem qualquer ferramenta que enumere anéis cromáticos em redes de parentesco. Desenvolver algoritmos para encontrar anéis cromáticos e adicionar esta nova funcionalidade à ferramenta MaqPar são contribui-ções que acreditamos ser importantes para a análise de redes do ponto de vista de grupos de indivíduos.

6. Anéis cromáticos nos arcos e nas arestas

Usualmente, uma rede de parentesco é formada por conexões de afinidade e de filiação. No entanto, alguns povos relacionam indivíduos por outras formas como, por exemplo, os relacionamentos de nomeação e amizade formal do povo Krahô (http://pib.socioambiental.org/pt/povo/kraho/443). Quando um indivíduo u nomeia um outro indivíduo v, então tem-se uma conexão de nomeação entre os indivíduos u e v. A nomeação de um indivíduo u implica na conexão de amizade formal entre u e outros indivíduos com nomes particulares. Resumindo, novas conexões são adicionadas à rede de parentesco obedecendo as seguintes regras:

- as conexões de nomeação são dirigidas, ou seja, um novo arco na rede de u para v existe, se o indivíduo u nomeia o indivíduo v;
- as conexões de amizade formal são representadas por arestas. Uma nova aresta é criada na rede entre u e v, se os indivíduos u e v são amigos formais um do outro.

Além disso, assim como as letras F, M, S, D, H, e W são associadas às conexões de filiação e de afinidade, as letras K, T, I, U, O e P são associadas às conexões de nomeação e de amizade formal (proposto em (PAULINO, 2016)).

- Conexões de nomeação:
  - – K (Keti em Krahô) para o nominador do sexo masculino;
  - – T (Tii) para o nominador do sexo feminino;
  - – I (Itanpú) para o nominado do sexo masculino; e
  - – U (Itanpú) para o nominado do sexo feminino;
- Conexões de amizade formal:
  - – O (Hõpin) para o amigo formal do sexo masculino; e
  - – P (Pintxwoi) para a amiga formal do sexo feminino.

As conexões de nomeação não causam um ciclo orientado na rede, pois, um indivíduo de uma determinada geração nomeia outros indivíduos de gerações posteriores (e nunca de gerações anteriores). Como antes, um anel nestas redes é um ciclo sem tríade parental. A motivação para encontrar anéis nestas redes vem do interesse em analisar a influência das novas conexões no comportamento social desse povo.

É importante salientar que, nas redes de parentescos compostas somente por conexões de filiação e de afinidade, não existem anéis com dois arcos entrando em um vértice, pois, nestes casos, a ausência de tríades parentais, implicam na ausência de vértices de grau de entrada 2. No entanto, nas redes com as novas conexões, anéis com vértices com grau de entrada igual a 2 podem ocorrer. Veja o anel da Figura 7 que ilustra um caso.

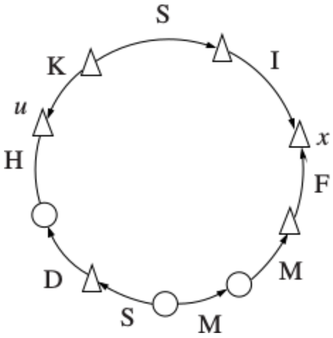


Figura 7: Um anel KSIFMMSDH (lendo no sentido horário começando e terminando no vértice u). Note que o anel possui um vértice com grau de entrada igual a 2 (o vértice x com conexões consecutivas I e F).

Para representar as diferentes conexões da rede Krahô, pode-se atribuir cores aos arcos e arestas dessa rede. Por exemplo, as conexões de filiação podem ter cor azul, as de nomeação podem ter cor amarela, as conexões de afinidade podem ter cor vermelha e as conexões de amizade formal podem ter cor verde. De uma certa forma, os anéis neste caso também são cromáticos nos arcos e nas arestas. Formalmente, podemos enunciar o seguinte problema.

P.4: Dada uma rede de parentesco D com os arcos e as arestas coloridas, e dados um inteiro k e uma cor c, enumere os anéis com k arestas com pelo menos um arco (ou aresta) com cor c.

Desenvolver algoritmos para enumerar anéis em redes com cores nos arcos e arestas é uma importante contribuição para a área de Antropologia Estrutural. A recuperação de tais anéis implica em encontrar anéis com vértices com grau de entrada igual a 2, o que não ocorre quando os arcos e arestas representam somente filiação e afinidade. Adicionalmente, uma solução para os anéis com novas conexões como, por exemplo, as conexões de nomea-ção e amizade formal para o povo Krahô, proporciona ao analista de redes avaliar, verificar e justificar o comportamento e a organização social de um povo através de anéis compostos por diferentes conexões e que, sem a análise desses anéis, seria mais complicado obter tal justificativa.

7. Redes de parentesco dinâmicas

Outra questão que julgamos ser importante no estudo do parentesco está ligada à observação de uma sociedade como um “ente vivo”, isto é, novos indivíduos nascem, outros morrem, novos laços matrimoniais surgem, etc. A necessidade em analisar o comportamento de certas sociedades ao longo do tempo é a motivação para o estudo de redes de parentesco dinâmicas.

A análise de anéis em redes de parentesco dinâmicas nos dá a oportunidade de estudar e desenvolver algoritmos dinâmicos. Operações sobre os elementos da rede como, por exemplo, inserção (ou remoção) de um vértice (ou arco, ou aresta) altera a topologia da rede e pode implicar em novos anéis (assim como pode implicar no desaparecimento de alguns anéis). Permitir uma atualização dos anéis (online), sem que seja necessário obter todos os anéis novamente depois de uma operação de inserção ou remoção, é mais um objetivo dessa pesquisa. O problema dinâmico é formalmente enunciado a seguir.

P.5: Dado um conjunto C contendo todos os anéis com k arestas de uma rede de parentesco, quais anéis de C sobram se houver uma remoção de um vértice, um arco ou uma aresta? Quais anéis surgem quando é adicionado uma nova aresta? É possível obter um novo conjunto C' de anéis a partir de C?

Em seguida descrevemos nossas considerações finais.

8. Considerações finais

Neste texto apresentamos uma maneira de enumerar os anéis AkCk’s de uma rede de parentesco. O pré-processamento da rede e decomposição desta tarefa em 3 passos foi fundamental para o sucesso da enumeração. Os passos são: 1. Encontrar os conjuntos de todas as junções de todos os pares de vértices; 2. Construir um conjunto ordenado com k casamentos fixos $C = \{(u_1, v_1), \ldots, (u_k, v_k)\}$; e 3. Usar um procedimento que enumera anéis AkCk’s envolvendo os k casamentos fixados e na ordem que aparecem no conjunto. Para enumerar todos os anéis da rede, devemos repetir o passo 3 para todos os possíveis conjuntos ordenados com k casamentos.

Também apresentamos alguns problemas que achamos ser de interesse tanto para a Antropologia quanto para a Computação: A enumeração de anéis cromáticos; a enumeração de anéis em redes com conexões atípicas; e a investigação do problema de redes que evoluem com o tempo que chamamos de redes de parentesco dinâmicas.

Bibliografia:

ORE, O. Sex in graphs. Proceedings of the American Mathematical Society, p. 533– 539, 1960.

WHITE, D. R.; JORION, P. Kinship networks and discrete structure theory: Applications and implications. Social Networks, v. 18, n. 3, p. 267–314, 1996.

HAMBERGER, K.; HOUSEMAN, M.; WHITE, D. R. Kinship network analysis. The sage handbook of social network analysis, p. 533–549, 2011.

LÉVI-STRAUSS, C. Elementary Structures of Kinship. Beacon Press, 1969. v. 340.

DUMONT, L. Introducción a dos Teorías de la Antropología Social. Editorial Anagrama, 1975.

WHITE, D. R. Ring cohesion theory in marriage and social networks. Mathématiques et sciences humaines. Mathematics and social sciences, v. 168, 2004.

SILVA, M. F. D.; DAL POZ, J. Maqpar: a homemade tool for the study of kinship networks. Vibrant, v. 6, n. 2, p. 29–51, 2009.

FRANCO, A. J. P. Algoritmos para junções em digrafos acíclico e uma aplicação na antropologia. 2013. Tese - Universidade de São Paulo, 2013.

WHITE, D. R.; BATAGELJ, V.; MRVAR, A. Anthropology: Analyzing large kinship and marriage networks with pgraph and pajek. Social Science Computer Review, v. 17, n. 3, p. 245–274, 1999.

HAMBERGER, K.; HOUSEMAN, M.; DAILLANT, I.; WHITE, D. R.; BARRY, L. Matrimonial ring structures. Mathematics and Social Science, v. 168, p. 83–119, 2004.

BATAGELJ, V.; MRVAR, A. Analysis of kinship relations with pajek. Social Science Computer Review, 2007.

FERREIRA, C. E.; FRANCO, A. J. P.; SILVA, M. F. D. Finding matrimonial circuits in some amerindian kinship networks: An experimental study. Em: 10th IEEE International Conference on e-Science. v. 1. p. 73–80, 2014.

FERREIRA, C. E.; FRANCO, A. J. P. Facets of combinatorial optimization - festschrift for martin grötschel. Springer Verlag, 2013. Cap. Algorithms for junctions in acyclic digraphs.

TEIXEIRA-PINTO, M. Ieipari: sacrifício e vida social entre os índios arara (caribe). Editora Hucitec, 1997.

MAYBURY LEWIS, D. Akwé-Shavante Society. Oxford University Press, 1967.

SILVA, M. F. Liga dos Enawenê-Nawê: um estudo da aliança de casamento na Amazô-nia Meridional, 2012.

FLORIDO, M. P. Os Deni do Cuniuá: um estudo do parentesco. 2013. Tese - Univ. of São Paulo, 2013.

MELATTI, J. C. O Sistema Social Craô. 1970. Tese - Univ. of São Paulo, 1970.

PAULINO, C. M. D. O. A rede meh: em busca de estruturas de troca e parentesco kraho. 2016. Dissertação - Univ. of São Paulo, 2016.